

D123 – Oposiciones a Arqueomatemático

El procedimiento propuesto por Standard & Poor's.

El diseño del examen para la oposición a Arqueomatemático, que otorga el permiso para usar matemáticas completas, se encarga a Standard & Poor's. Estos pájaros se llevan un pastón por proponer el siguiente método, que básicamente consiste en que quien acierte un número aleatorio gana el permiso.

- Standard & Poor's, que habrá firmado un compromiso de confidencialidad, elegirá aleatoriamente un número del 0 al 100. Llamaremos a ese el "número premiado", P, y un notario se encargará de custodiarlo en secreto.
- Los que quieran un permiso para usar las antiguas matemáticas, tendrán que cumplimentar un "examen" con una única pregunta, apuesta para P, en la que escribirán un número del 0 a 100.
- Finalizado el examen, se evaluará. Aquellos que acierten (que hayan cumplimentado su examen con el número premiado), obtendrán el permiso para usar las antiguas matemáticas (sin recortes).

Formulario inicialmente diseñado por Standard & Poor's que no se llegó a implantar.

Oposiciones a Arqueomatemático - Examen de acceso
Nombre del solicitante: _____
Apuesta para P = <input type="text"/>
Nota legal: Para garantizar la transparencia de esta oposición, el valor de P ha sido proporcionado por a Standard & Poor's, obtenido de manera aleatoria entre 0 y 100, inclusive, y custodiado en secreto ante notario. Los solicitantes que acierten el valor de P obtendrán la titulación en Arqueomatemática, con el consiguiente permiso para usar matemáticas obsoletas.

Con este sistema, es obvio que el solicitante tendrá siempre una probabilidad de 1/101 para obtener el permiso, independientemente del valor que escriba como "Apuesta para P". Esto no satisface al meteorólogo, que quiere mejorar la probabilidad de acertar de los solicitantes. Así que le prepara una pequeña trampa al gobierno, diseñada para que sea mayor el número de acertantes:

- Tiene que encontrar alguna excusa para implantar otro procedimiento.
- Tiene que dar pistas a los solicitantes sobre el número premiado, pero sin que sea evidente.

Tras pensar como hacerlo, llama al presidente para convencerlo.

La llamada al presidente.

- Meteorólogo *Buenos días, Presidente. He visto el examen propuesto por Standard & Poor's, pero no me gusta. Lo veo demasiado simple. Cualquiera puede adivinar el número, y habrá mentecatos que se saquen la oposición, mientras muchos científicos se tendrán que quedar con las matemáticas recortadas. Se van a quejar con razón. ¿Qué tal si ponemos unas preguntas a los solicitantes?*
- Presidente *Dígame Vd. que propone, pero ya sabe que quiero que lo superen como mucho un 1%.*
- Meteorólogo *Ponemos dos valores A y B en el examen, y veamos si saben calcular las operaciones básicas, con las nuevas matemáticas por supuesto. Solo los solicitantes que lo hagan bien podrán optar al permiso, si además aciertan el número premiado. Los acertantes serán todavía menos.*
- Presidente *Me gusta la idea.*
- Meteorólogo *Pero claro, habrá miles de solicitantes, y tendremos que usar enormes salas para examinarlos donde estarán sentados muy cerca, por lo que podrían copiarse... podríamos solucionarlo poniendo en cada formulario valores de A y B diferentes.*
- Presidente *Haga Vd. el favor de no decir "miles", es ilegal... pero bueno, continúe*
- Meteorólogo *Lo malo es que eso va a dificultar mucho la evaluación, porque no tenemos funcionarios preparados para calcular esas operaciones tan rápido, y decidir si el solicitante pasa el examen... Ya se... solo habrá 100 formularios diferentes. Bien distribuidos, evitamos que se copien uno de otro.*
- Presidente *Mire Vd., ya no le sigo. ¿Por qué eso va a facilitar la evaluación?*
- Meteorólogo *Porque todos los formularios que tengan una determinada A compartirán la misma B. Bastará con buscar el valor de A en una tabla de evaluación que solo ocupa una página, y ahí el funcionario verá los resultados correctos.*
- Presidente *Entendido, creo, ... ¿cómo se haría?*
- Meteorólogo *Podemos dar a la A un valor de 1 a 100, y el valor de B lo calculamos con una fórmula. La pega es... que si el Gobierno elige los parámetros de la fórmula... pueden acusarlo de falta de transparencia.*
- Presidente *Ah, no, eso hay que evitarlo.*
- Meteorólogo *Se me ocurre que para eso podemos tirar de los de Standard & Poor's. Si les pedimos que además de P, el número premiado, nos proporcionen otros dos números, C para Complicar, y D para Despistar ... los metemos en una fórmula como $B=P+A*(C+D*A)$... y nadie podrá acusarle de elegir la fórmula.*
- Presidente *A ver, a ver, que es eso de tanta fórmula, no se entiende nada*
- Meteorólogo *Pues de eso se trata, de que solo lo entienda un científico*
- Presidente *Ah, bueno, haberlo dicho.*
- Meteorólogo *¿Qué? ¿Le parece?*
- Presidente *Bueno... lo de las preguntas está bien... si se puede evaluar fácil... y si son los de Standard & Poor's los que asumen responsabilidades... bien... venga, prepárelo. Pero no olvide meter una nota legal donde cuente todo eso para evitar problemas y que lo validen los de Standard & Poor's.*

El examen modificado que consigue el meteorólogo

Los técnicos de Standard & Poor's examinan los cambios propuestos por el meteorólogo y no encuentran ninguna pega. Ven una buena idea lo de examinar a los solicitantes y se van a llevar una pasta adicional por hacer poco más trabajo. Así que el procedimiento para el la oposición queda así:

- Standard & Poor's, generará además del número premiado P, otros dos números aleatorios independientes (entre 0 y 100), que llamaremos C y D. Los tres números se ocultarán hasta que se realice el examen a los solicitantes.
- Con esos números, Standard & Poor's generará la tabla de evaluación como la de la siguiente página. Esta se mantendrá en secreto hasta que finalice el examen. La columna A tiene los números de 1 a 100, la B el resultado de la fórmula $B=P+A*(C+D*A)$, y el resto los resultados de las cuatro operaciones básicas.
- Standard & Poor's se encargará de imprimir los 100 modelos de formularios diferentes. Cada modelo tendrá dos valores A y B diferentes, los que figuran en la tabla de evaluación.
- El día del examen, con los solicitantes sentados, los examinadores repartirán un formulario a cada solicitante, cuidando que solicitantes próximos reciban cuestionarios diferentes, para evitar que se copien los resultados.
- El solicitante deberá cumplimentar el formulario realizando ciertos cálculos entre A y B e indicando su apuesta para el número premiado P. Dispondrá de tiempo suficiente y papel el sucio para hacer los cálculos, pero no podrá usar móvil ni calculadora.
- Finalizado el examen, se distribuirá la tabla de evaluación a los funcionarios encargados de la misma. Los solicitantes que se hayan equivocado al realizar los cálculos quedarán fuera de concurso. Del resto, los que acierten el número premiado número premiado P, obtendrán el título de 'Arqueomatemático'.

Ejemplo de uno de los 100 formularios posibles. Los demás difieren en los valores de A y B

Oposiciones a Arqueomatemático - Examen de acceso	
Nombre del solicitante: _____	
Para los cálculos pedidos más abajo, usa estos valores:	A = 27 B = 41
Demuestra que eres científico. Para entrar a concurso, debes realizar correctamente estos cálculos:	
A + B = <input type="text"/> A * B = <input type="text"/> A - B = <input type="text"/> A / B = <input type="text"/> ⁽¹⁾	
Apuesta para P = <input type="text"/>	
⁽¹⁾ Si la división no está definida, escriba un guión	
Nota legal: Para garantizar la transparencia de esta oposición, los valores de P, C y D han sido proporcionados por a Standard & Poor's, obtenidos de manera independiente y aleatoria entre 0 y 100 y custodiados en secreto ante notario. Se han impreso formularios con todos los valores entre 1 y 100 para A, y un valor de B calculado por la fórmula $B=P+A*(C+D*A)$. Los formularios son distribuidos aleatoriamente entre los solicitantes. Los solicitantes que efectúen correctamente los cálculos y acierten el valor de P obtendrán el título de Arqueomatemático.	

Tabla de evaluación

Esta es la tabla que se distribuirá a los funcionarios encargados de la evaluación con el objeto de que cotejen rápidamente que solicitantes han realizado correctamente los cálculos.

A	B	A+B	A-B	A*B	A/B
1	41	42	61	41	69
2	71	73	32	41	74
3	38	41	66	13	24
4	43	47	62	71	87
5	86	91	20	26	67
6	66	72	41	93	46
7	84	91	24	83	59
8	39	47	70	9	52
9	32	41	78	86	35
10	63	73	48	24	21
11	31	42	81	38	59
12	37	49	76	40	44
13	81	94	33	43	65
14	62	76	53	60	10
15	81	96	35	3	75
16	37	53	80	87	25
17	31	48	87	22	82
18	63	81	56	23	58
19	32	51	88	2	29
20	39	59	82	73	29
21	84	4	38	47	76
22	66	88	57	38	34
23	86	8	38	59	86
24	43	67	82	22	17
25	38	63	88	41	99
26	71	97	56	28	53
27	41	68	87	97	45
28	49	77	80	59	15
29	95	23	35	28	12
30	78	7	53	17	47
31	99	29	33	39	35
32	57	89	76	6	36
33	53	86	81	32	94
34	87	20	48	29	12
35	58	93	78	10	72
36	67	2	70	89	94
37	13	50	24	77	65
38	98	35	41	88	21
39	19	58	20	34	18
40	79	18	62	29	90
41	76	16	66	86	63
42	10	52	32	16	85
43	83	25	61	34	93
44	93	36	52	52	45
45	40	85	5	83	39
46	25	71	21	39	18
47	48	95	100	34	62
48	8	56	40	81	6
49	6	55	43	92	25
50	42	92	8	80	6

A	B	A+B	A-B	A*B	A/B
51	15	66	36	58	64
52	26	78	26	39	2
53	75	27	79	36	64
54	61	14	94	62	34
55	85	39	71	29	66
56	46	1	10	51	10
57	45	1	12	40	8
58	82	39	77	9	82
59	56	14	3	72	75
60	68	27	93	40	90
61	17	78	44	27	63
62	4	66	58	46	66
63	29	92	34	9	37
64	92	55	73	30	49
65	92	56	74	21	4
66	29	95	37	96	58
67	4	71	63	66	42
68	17	85	51	45	4
69	68	36	1	46	53
70	56	25	14	82	77
71	82	52	90	65	76
72	45	16	27	8	42
73	46	18	27	25	96
74	85	58	90	28	8
75	61	35	14	30	36
76	75	50	1	44	67
77	26	2	51	83	69
78	15	93	63	59	86
79	42	20	37	86	62
80	6	86	74	76	47
81	8	89	73	42	48
82	48	29	34	98	48
83	25	7	58	55	72
84	40	23	44	27	93
85	93	77	93	27	2
86	83	68	3	68	85
87	10	97	77	62	39
88	76	63	12	22	49
89	79	67	10	62	74
90	19	8	71	94	26
91	98	88	94	30	37
92	13	4	79	85	77
93	67	59	26	70	24
94	58	51	36	99	26
95	87	81	8	84	87
96	53	48	43	38	99
97	57	53	40	75	46
98	99	96	100	6	52
99	78	76	21	46	44
100	95	94	5	6	17

El desafío.

La intención del meteorólogo al modificar el examen (incluyendo además del sorteo unas preguntas), era mejorar las probabilidades de acertar de los solicitantes, que de no haber mediado las modificaciones serían de $1/101$.

Siempre suponiendo que la parte del examen no es un problema, puesto que sabemos operar en aritmética modular de base 101, contestad a estas preguntas:

- P1.** Me presento al examen y me han dado el formulario que figura en la tercera página de este documento, con los valores $A=27$, $B=41$. Dando por sentado que realizo los cálculos correctamente, ¿el hecho de disponer de ese formulario con $A=27$, $B=41$ mejora mis posibilidades, como pretende el meteorólogo? ¿cuál es mi probabilidad de acertar, si elijo el valor más favorable para mi apuesta para P ? Para responder a esto, debemos suponer que no sabemos cómo son otros formularios ni tenemos la tabla de evaluación.
- P2.** Como los solicitantes estamos sentados muy juntos en el examen, miro de reojo el formulario que tiene el solicitante de mi derecha. Veo que le han dado otro formulario con los valores $A=92$, $B=13$. ¿Cuál es mi probabilidad de acertar ahora?.
- P3.** Me fijo también en que el tipo sentado a mi izquierda tiene un formulario con los valores $A=5$, $B=86$. ¿Cuál es mi probabilidad de acertar ahora?.
- P4.** Si pido permiso para ir al servicio, puedo disimuladamente memorizar los números que veo en otros formularios. Si soy suficientemente pesado, y voy varias veces sin llegar a mosquear a los examinadores, podría llegar a conocer muchos de los valores A y B de la tabla de evaluación (página anterior). ¿Cómo varía mi probabilidad según acumulo la información de más formularios?.

Se pide justificar, razonar o demostrar las respuestas, permitiéndose métodos informáticos.

Parte opcional.

Ahora una segunda parte, con muy mala leche, opcional, y para la que en el momento de redactar el desafío no tengo clara la respuesta.

El primer examen-sorteo se realizó conforme se ha indicado, pero antes de conocer los resultados se está preparando otro segundo examen-sorteo, para el que es necesario elegir los valores aleatorios de P , C y D y preparar los formularios con la A y la B . Los organizadores se acaban de dar cuenta de que, si para algún formulario salía $B=0$ ó $B=1$, al que le tocara le iba a resultar muy fácil realizar las cuatro operaciones pedidas.

Se decide que una vez elegidos aleatoriamente P , C y D , se comprobaría si para algún valor de A , entre 1 y 100, se obtenía un valor de B igual a 0 o 1. En caso de ser así, se descartarían los tres valores aleatorios y se volverían a generar de nuevo. Así, hasta conseguir una combinación de P , C y D para la que ningún formulario tenga $B=0$ ni $B=1$.

¿Afecta esto a las cuatro preguntas?. ¿Cómo?.