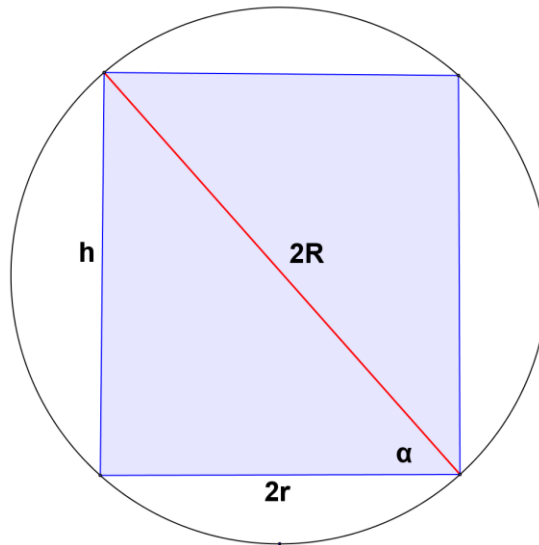


La pelota

Veamos este corte que divide la pelota en dos mitades simétricas y analicémoslo:

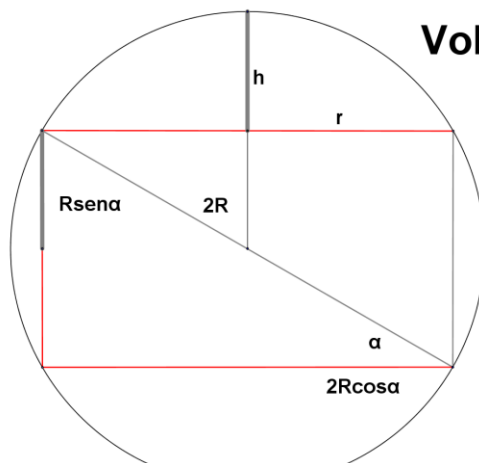


La relación entre h y 2r en el cilindro es $\frac{1}{\sqrt{3}} = \text{tg}\alpha \rightarrow \alpha=30^\circ$

La altura, h, del cilindro será $2R \text{ sen } \alpha$ y su radio, r, es $R \text{ cos } \alpha \rightarrow V = 2\pi R^3 \text{ sen}\alpha \text{ cos}^2\alpha$

El Volumen de la esfera es $(4/3)\pi R^3$ y la proporción de volúmenes entre cilindro y esfera es $\frac{3 \text{ sen}\alpha \text{ cos}^2\alpha}{2}$, que para el caso se convierte en $\frac{9}{16}$

Analicemos el casquete:



Vol.casquete = $\pi h^2(R-h/3)$

$h = R - R \text{ sen}\alpha = R(1-\text{sen}\alpha)$
 $V.c. = \pi R^2(1-\text{sen}\alpha)^2 (R - R(1-\text{sen}\alpha))/3$
 $V.c. = \pi R^3[(1-\text{sen}\alpha)^2 (2+\text{sen}\alpha)/3]$
 $\alpha = 30^\circ \Rightarrow \text{sen}\alpha = 1/2$
 $V.c. = (5/24)\pi R^3$

El volumen del casquete es $\pi R^3(1-\text{sen}\alpha)^2(2+\text{sen}\alpha)/3$ y su razón con la esfera $\frac{(1-\text{sen}\alpha)^2(2+\text{sen}\alpha)}{4}$, que para el caso con $\alpha=30^\circ$, es $\frac{5}{32}$ y como son dos casquetes iguales la

proporción casquetes/esfera será $\frac{5}{16}$ y consiguientemente la proporción del cinturón respecto a la esfera será $1 - \frac{9}{16} - \frac{5}{16} = \frac{2}{16}$.

Como empleamos la mitad de la lata, 200 c^3 , en rellenarlo; ese es el volumen real del cinturón, $2/16$ de la pelota y por tanto el volumen de la pelota es 1600 c^3 ; 900 c^3 corresponden al cilindro y 500 c^3 a los casquetes. Como los casquetes son iguales y sus densidades $\frac{3}{2}$ y $\frac{1}{2}$ la media es 1 g/c^3 , idéntica a la del cinturón, entonces:

$$900 \text{ c}^3 \cdot 1/3 \text{ g/c}^3 + 700 \text{ c}^3 \cdot 1 \text{ g/c}^3 = \mathbf{1 \text{ Kg.}}$$