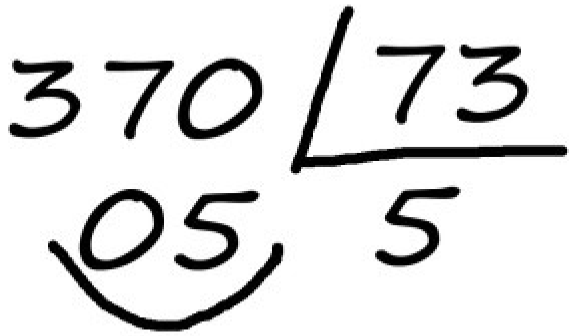
Números homotéticos trasladados (Sebas)

Si llamamos números **"simétricos"** a aquellos números que divididos por el número resultante de invertir el orden de sus cifras da de cociente 1, como son el 151 y el 515, (primos y no primos). Podemos llamar números **"homotéticos"** a los que son divisibles por el obtenido al invertir el orden de sus cifras, como el 510, (no primos por definición). Entonces consideraremos un tercer grupo que llamamos números **"homotéticos trasladados",** en el que daremos cabida a aquellos números que divididos por el que se consigue al invertir el orden de sus cifras da un **resto igual al cociente**, por ejemplo 52 y 370, (no primos).



Podemos entreteneos un poco y conseguir, de la forma que sea, otros **homotéticos trasladados**, después de "jugar" un rato será el momento de hallar el **mínimo homotético trasladado divisible por 17 pero no por 5**.

Solución:

Tomamos un número N y el que obtenemos al invertir el orden de sus cifras, I. Al dividir N entre I obtenemos K y de resto también K: es un homotético trasladado. Por tanto N/I=K+K/I. Multiplicamos por I y queda N=K*I+K=K(I+1), es decir N/(I+1)=K.

Sabemos que N no puede ser divisible entre 5, lo que obliga a que no termine en 5 y -sobre todo- en 0. Por tanto I no puede empezar por 0 lo que limita el valor de K: si K es mayor o igual que 10, N es 10 veces mayor que I y por tanto I empieza por 0. Ya sabemos que en nuestro caso K está comprendido entre 1 y 9.

Vamos a analizar en cada caso posible el último dígito de N y el primero de I+1, que deben ser iguales:

K=1.	N=1...	N=1...**2**, I+1=**1**...2	Al dividir N entre 1, I+1 empieza por 1; al multiplicar I+1 por 1, N termina en 2. Las dos cosas son incompatibles.
	N=2...	N=2...**3**, I+1=**2**...3	Incompatible.
	N=3...	N=3...**4**, I+1=**3**...4	Incompatible.
	N=4...	N=4...**5**, I+1=**4**...5	Incompatible.
	N=5...	N=5...**6**, I+1=**5**...6	Incompatible.
	N=6...	N=6...**7**, I+1=**6**...7	Incompatible.
	N=7...	N=7...**8**, I+1=**7**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**9**, I+1=**8**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**9**...0	Incompatible.
K=2.	N=1...		N no puede empezar por un número menor que K porque I+1 empezaría por 0. Estos casos no los analizo.
	N=2...	N=2...**6**, I+1=**1**...3	Incompatible.
	N=3...	N=3...**8**, I+1=**1**...4	Incompatible.

	N=4...	N=4...**0**, I+1=**2**...5	Incompatible.
	N=5...	N=5...**2**, I+1=**2**...6	**Compatible.**
	N=6...	N=6...**4**, I+1=**3**...7	Incompatible.
	N=7...	N=7...**6**, I+1=**3**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**8**, I+1=**4**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**4**...0	Incompatible.
K=3.	N=3...	N=3...**2**, I+1=**1**...4	Incompatible.
	N=4...	N=4...**5**, I+1=**1**...5	Incompatible.
	N=5...	N=5...**8**, I+1=**1**...6	Incompatible.
	N=6...	N=6...**1**, I+1=**2**...7	Incompatible.
	N=7...	N=7...**4**, I+1=**2**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**7**, I+1=**2**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**3**...0	Incompatible.
K=4.	N=4...	N=4...**0**, I+1=**1**...5	Incompatible.
	N=5...	N=5...**4**, I+1=**1**...6	Incompatible.
	N=6...	N=6...**8**, I+1=**1**...7	Incompatible.
	N=7...	N=7...**2**, I+1=**1**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**6**, I+1=**2**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**2**...0	Incompatible.
K=5.	N=5...	N=5...**0**, I+1=**1**...6	Incompatible.
	N=6...	N=6...**5**, I+1=**1**...7	Incompatible.
	N=7...	N=7...**0**, I+1=**1**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**5**, I+1=**1**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**1**...0	Incompatible.
K=6.	N=6...	N=6...**2**, I+1=**1**...7	Incompatible.
	N=7...	N=7...**8**, I+1=**1**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**4**, I+1=**1**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**1**...0	Incompatible.
K=7.	N=7...	N=7...**6**, I+1=**1**...8	Incompatible.
	N=8...	N=8...**3**, I+1=**1**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**1**...0	Incompatible.
K=8.	N=8...	N=8...**2**, I+1=**1**...9	Incompatible.
	N=9...	N=9...**0**, I+1=**1**...0	Incompatible.
K=9.	N=9...	N=9...**0**, I+1=**1**...0	Incompatible.

La única solución posible se da para K=2 y N empezando por 5 y nos ofrece la primera solución: N=52. Ahora analizamos el segundo dígito de N para este caso:

K=2.	N=50...	N=50...**12**, I+1=**25**...06	Incompatible.
	N=51...	N=51...**32**, I+1=**25**...16	Incompatible.
	N=52...	N=52...**52**, I+1=**26**...26	Incompatible.
	N=53...	N=53...**72**, I+1=**26**...36	Incompatible.
	N=54...	N=54...**92**, I+1=**27**...46	Incompatible.
	N=55...	N=55...**12**, I+1=**27**...56	Incompatible.
	N=56...	N=56...**32**, I+1=**28**...66	Incompatible.

N=57...	N=57...**52**, I+1=**28**...76	Incompatible.
N=58...	N=58...**72**, I+1=**29**...86	Incompatible.
N=59...	N=59...**92**, I+1=**29**...96	**Compatible.**

Ya tenemos otra solución; N=592. Vemos qué pasa con tres dígitos:

K=2.	N=590...	N=590...**192**, I+1=**295**...096	Incompatible.
	N=591...	N=591...**392**, I+1=**295**...196	Incompatible.
	N=592...	N=592...**592**, I+1=**296**...296	Incompatible.
	N=593...	N=593...**792**, I+1=**296**...396	Incompatible.
	N=594...	N=594...**992**, I+1=**297**...496	Incompatible.
	N=595...	N=595...**192**, I+1=**297**...596	Incompatible.
	N=596...	N=596...**392**, I+1=**298**...696	Incompatible.
	N=597...	N=597...**592**, I+1=**298**...796	Incompatible.
	N=598...	N=598...**792**, I+1=**299**...896	Incompatible.
	N=599...	N=599...**992**, I+1=**299**...996	**Compatible.**

La nueva solución es N=5992. Se puede ver que al repetir el proceso las soluciones serán 59992, 599992, 5999992... La solución general es 5999...n)...9992 con n nueves, siendo n un entero mayor o igual que cero. Por tanto $N=6*10^{n+1}-8$. Se comprueba que es válido calculando $I=3*10^{n+1}-5$, ya que si restamos 2 a N tenemos $6*10^{n+1}-10$ que es el doble de I.

Hay que comprobar en qué casos $N=6*10^{n+1}-8$ es divisible entre 17. Es lo mismo que comprobar cuándo el resto de dividir $N=6*10^{n+1}$ entre 17 es 8. Al dividir una potencia de 10 entre 17 se produce un ciclo de restos que toma todos los valores entre 1 y 16. Empezar por 6 forma parte del ciclo, así que es seguro que uno de los 15 restos siguientes será 8. Hacemos la división:

```
6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 | 1 7
  9 0               |____________________
    5 0               3 5 2 9 4 1 1 7 6
    1 6 0
        7 0
          2 0
            3 0
            1 3 0
              1 1 0
                  8
```

Como el resto de 6 000 000 000 entre 17 es 8, el resto de 5 999 999 992 es 0 y esa es la solución buscada. También son soluciones válidas las que van teniendo 16 nueves más cada vez, es decir, $N=6*10^9-8$ la primera y $N=6*10^{(9+16m)}-8$ las siguientes.

Mmonchi